Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.84-97

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

Фикрет А. Алиев[1,2], Н.А. Исмаилов[1,2], А.А. Намазов[1], М.Ф. Раджабов[3]

[1]Институт Прикладной Математики, Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
[2]Институт Информационных Технологий, Баку, Азербайджан
[3]Институт Систем Управления, Баку, Азербайджан
e-mail: inao212@rambler.ru , atif.namazov@gmail.com

Резюме. Рассматривается динамическая система, когда движение объекта описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, в правую часть которой кроме фазовых координат входят неизвестный постоянный вектор-параметр и малое число. Также известны статистические данные из практики: начальные и конечные значения координаты объекта. Используя метод квазилинеаризации заданное уравнение сводится к системе линейных дифференциальных уравнений, где коэффициенты координаты и неизвестного параметра, также возмущений зависят от малого параметра линейно. Далее, с помощью метода наименьших квадратов искомый неизвестный постоянный вектор-параметр разыскивается в виде степенного ряда по малому параметру и для коэффициентов нулевого и первого порядка приводятся аналитические формулы и на их основе предлагается асимптотическое представление. Здесь фундаментальные матрицы как в нулевом, так и в первом приближении строятся приближенно, с помощью обычного способа Эйлера. На примере определения коэффициента гидравлического сопротивления в подъемнике при добыче нефти газлифтным способом иллюстрируется, как полученные результаты в первом приближении совпадают с известными результатами на 10^{-1} порядка.

Ключевые слова: коэффициенты гидравлического сопротивления**,** метод наименьших квадратов, квазилинеаризации, идентификации динамических систем, асимптотический метод.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение

Задача идентификации динамических систем [6,8,13] имеет многочисленные практические применения, один из которых- применение в нефтяном промысле, например в добыче нефти [4,11,14,15]. Действительно, при подаче нефти с помощью трубопроводов, добыче нефти газлифтным способом или штанго-насосной установкой и др.- определение коэффициентов гидравлического сопротивления [1,2,5,6], на пластах-

---

*Эта работа поддержана грантом «50+50» Бакинского Государственно Университета

определение параметров образования газожидкостной смеси и др. требует разработку численных методов для решения соответствующих задач идентификации динамических систем. В работах [5,8] приведены градиентный метод на основе ортогонализации Грамма-Шмидта для определения коэффициента гидравлического сопротивления (КГС). В [5,12] предложены асимптотический метод, где малый параметр принимается обратным значению глубины скважины, для определения КГС в первом приближении относительно малого параметра. Там показывается, что если использование обычного метода Грамм-Шмидта требует достаточно большое машинное время, то асимптотический метод позволяет вычислить решение КГС в первом приближении аналитически и численные результаты совпадают с искомым решением на 10^{-2} порядка. Исходя из этих результатов, авторы [1,3,8] обобщали результаты [12] на многомерный случай и с помощью методов квазилинеаризации [9] и наименьших квадратов [10] приводили вычислительный алгоритм решения общей задачи идентификации динамических систем для определения постоянного вектор-параметра, который можно использовать для нахождения как коэффициента гидравлического сопротивления в подъемнике, так и параметры для образования газо-жидкостной смеси на пластах скважины при добыче нефти. Результаты вычислений показывают, что в самом простом случае, когда искомый постоянный вектор-параметр, подлежащий определению является скалярной, тогда метод Грамма-Шмидта требует не меньше 2 часа времени на самом простом примере (с точностью 10^{-8}). Поэтому, имеет смысл разрабатывать асимптотический метод для решения задачи идентификации динамических систем, когда в правую часть соответствующих дифференциальных уравнений входит малый параметр, который на примере нефтяного промысла является обратным значением глубины -скважины.

В настоящей работе предполагается, что заданы некоторые серии начальных и конечных значений (статистические данные) фазовой координаты нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, где в правую часть входят малый параметр и постоянный неизвестный вектор, которых требуется найти таким образом, чтобы их решения в конечной точке совпали (с определенной точностью) со статистическими данными. Используя методы наименьших квадратов и квазилинеаризации приводится итерационная схема для построения асимптотических решений в первом приближении относительно малого параметра.

Результаты иллюстрируются на примере добычи нефти газлифтным способом для определения КГС, где малый параметр ε принимается обратной значению глубины скважины. Также для коэффициентов-асимптотических выражений по ε приведены аналитические формулы, где линейное дифференциальное уравнение заменено дискретной аппроксимацией с помощью обычного метода Эйлера. Приведенные численные результаты для значений КГС, отличающиеся от известных

[3,5,8,11] на 10^{-2} порядка могут использоваться как хорошее начальное приближение для итерационных схем [3].

2. Постановка задачи

Пусть имеется система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{y}(x) = f\left(y(x), \alpha, \varepsilon\right) \tag{1}$$

и заданы некоторые наборы начальных и конечных значений n-мерного фазового вектора $y(x)$, т.е.

$$y_k(0) = y_{0k}, \qquad y_k(l) = y_{lk} \; k = 0,...,N-1. \tag{2}$$

Здесь α-постоянный неизвестный вектор, ε-малый параметр, $f - n-$ мерная функция, дифференцируемая по y, α, ε.

Требуется найти такой вектор-параметр $\alpha = \alpha^*$, чтобы конечное значение $y^i(l, \alpha^*, \varepsilon)$ (решение уравнения (1) с начальным значением y_{0k}) достаточно точно совпало с y_{lk} $(k = 0,1,..., N-1)$. Такую задачу далее назовем идентификацией динамических систем (1).

Пусть задано начальное приближение $y^i(x), \alpha^i$. Используя метод квазилинеаризации [9,10] представим уравнение (1) в линейной форме относительно $y^i(x), \alpha^i$ и ε в следующем виде

$$\begin{aligned}\dot{y}^i(x) = &\left(A_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) + \varepsilon \cdot A_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)\right) y^i(x) + \\ &\left(B_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) + \varepsilon \cdot B_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)\right)\alpha^i + \\ &+\left(C_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) + \varepsilon \cdot C_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)\right)\end{aligned} \tag{3}$$

где $A_i\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)$, $B_i\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)$, $C_i\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right)$ являются результатами разложения Тейлора в первом приближении и определяются в следующем виде

$$\begin{aligned} &A_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f_y'\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right), \quad A_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f_{y\varepsilon}''\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \\ &B_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f_\alpha'\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right), B_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f_{\alpha\varepsilon}''\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \\ &C_0\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) - f_y'\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \cdot y_0^{i-1} - f_\alpha\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \cdot \alpha_0^{i-1} \\ &C_1\left(y^{i-1}(x), \alpha^{i-1}\right) = f_\varepsilon'\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) - f_{y\varepsilon}''\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \cdot y_0^{i-1} - f_{\alpha\varepsilon}''\left(y_0^{i-1}, \alpha_0^{i-1}, 0\right) \cdot \alpha_0^{i-1} \end{aligned} \tag{4}$$

Теперь представим решение линейного уравнения в следующем виде

$$\begin{aligned} y^i(t) = &\left(\Phi_0^{0,i-1}(t) + \varepsilon \cdot \Phi_0^{1,i-1}\right) y^i(0) + \\ &+\left(\Phi_1^{0,i-1}(t) + \varepsilon \cdot \Phi_1^{1,i-1}\right)\alpha^i + \left(\Phi_2^{0,i-1}(t) + \varepsilon \cdot \Phi_2^{1,i-1}\right), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\Phi_0^{0,i-1}(t,0),\ \Phi_0^{1,(i-1)}(t,0)$ определяются из следующих линейных дифференциальных уравнений

$$\Phi_0^{0,i-1}(t,0) = \mathrm{A}_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)\Phi_0^{0,i-1}(t,0), \quad \Phi_0^{0,i-1}(0,0) = \mathrm{E}$$

$$\Phi_0^{1,i-1}(t,0) = \mathrm{A}_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)\Phi_0^{1,i-1}(t,0) + \mathrm{A}_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)\Phi_0^{0,i-1}(t,0)$$

$$\Phi_0^{1,i-1}(0,0) = 0 \tag{6}$$

и $\Phi_0^{i-1}(t,0) = \Phi_0^{0,i-1}(t,0) + \varepsilon\Phi_0^{1,i-1}(t,0)$ является фундаментальной матрицей однородного уравнения (5) в первом приближении относительно малого параметра ε, а $\Phi_1^{n,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{n,i-1}(t,0)$ $(n = 0,1)$из (5) определяется в первом приближении относительно малого параметра в следующем виде [1]

$$\Phi_1^{0,i-1}(t,0) = \int_0^t \Phi_0^{0,i-1}(\tau,0)B_0\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right)d\tau$$

$$\Phi_1^{1,i-1}(t,0) = \int_0^t \left(\Phi_0^{0,i-1}(\tau,0)B_1\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right) + \Phi_0^{1,i-1}(\tau,0)B_0\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right)\right)d\tau$$

$$\Phi_2^{0,i-1}(t,0) = \int_0^t \Phi_0^{0,i-1}(\tau,0)C_0\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right)d\tau \tag{7}$$

$$\Phi_2^{1,i-1}(t,0) = \int_0^t \left(\Phi_0^{0,i-1}(\tau,0)C_1\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right) + \Phi_0^{1,i-1}(\tau,0)C_0\left(y^{i-1},\ \alpha^{i-1}\right)\right)d\tau$$

Далее для (5) в точке $x = l$ и для конечных значений из (2) составим следующий функционал

$$I^i = \sum_{k=0}^{N-1}\left(y_k^i(l) - y_{lk}^i\right)' \cdot A \cdot \left(y_k^i(l) - y_{lk}^i\right) \tag{8}$$

здесь A-известная весовая матрица, $y_k^i(l)$ является решением уравнения (5) при статистических данных $y_k(0) = y_{0k}$ из (2)

Таким образом, если удается выбрать такое α^i, чтобы функционал (8) достигал минимального значения, то мы фактически обеспечиваем близость решения $y(x,\alpha,\varepsilon)$ в точке $x = l$ с $y_k^i(l) = y_{lk}^i$ из (2).

3. Вычисление градиента функционала (8)

Для получения формулы градиента из функционала (8) сначала подставим $y_k^i(l)$ из (5) в (8):

$$I^i=\sum_{k=0}^{N-1}\left\{\left[y_0^{i\,\prime}\left(\Phi_0^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_0^{1,i-1}\right)'+\alpha^{i\,\prime}\left(\Phi_1^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_1^{1,i-1}\right)'+\left(\Phi_2^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_2^{1,i-1}\right)'-y_{lk}^{i\,\prime}\right]A\times\right.$$

$$\left.\times\left[\left(\Phi_0^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_0^{1,i-1}\right)y_0^i+\left(\Phi_1^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_1^{1,i-1}\right)\alpha^i+\left(\Phi_2^{0,i-1}+\varepsilon\Phi_2^{1,i-1}\right)-y_{lk}^i\right]\right\}=$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1}\left\{\left[y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}-\right.\right.$$

$$-y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}A\cdot\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}A\cdot\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}$$

$$-\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot y_{lk}+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{0,i-1}\cdot y_0^i+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}-$$

$$\left.-\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i-y_{lk}^{i\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{0,i-1}y_0^i-y_{lk}^{i\,\prime}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}y_0^i-y_{lk}{}'\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}+y_{lk}{}'\mathrm{A}y_{lk}^i\right]+$$

$$+\varepsilon\left[y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{1,i-1}y_0^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1}\alpha^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}+\right.$$

$$+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{1,i-1}\alpha^i+y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}-y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{1,i-1}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i+$$

$$+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{1,i-1}y_0^i+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{1,i-1}\alpha^i+$$

$$+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{1,i-1}+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+$$

$$+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}-$$

$$-\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{1,i-1\,\prime}\cdot\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{1,i-1}\cdot y_0^i+$$

$$+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{1,i-1}\alpha^i+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\cdot\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{1,i-1}+\Phi_2^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+\Phi_2^{1,i-1\,\prime}\cdot\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+$$

$$\left.+\Phi_2^{1,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}-\Phi_2^{1,i-1\,\prime}\cdot\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i-y_{lk}^{i\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_0^{1,i-1}y_0^i-y_{lk}^{i\,\prime}A\cdot\Phi_1^{1,i-1}\alpha^i-y_{lk}^{i\,\prime}\mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}\right]$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1}\left\{y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_0^{0,i-1}y_0^i+2y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i+2y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}-\right.$$

$$-2y_0^{i\,\prime}\Phi_0^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}y_{lk}^i+\alpha^{i-1\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i-2\alpha^{i\,\prime}\Phi_1^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i+$$

$$+\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1}-2\Phi_2^{0,i-1\,\prime}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i-$$

$$-y_{lk}^{i}{}' \mathrm{A} y_{lk}^{i} + \varepsilon\Big[2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_0^{1,i-1} y_0^i + 2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1}\alpha^i + 2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1} +$$
$$+2y_0^i{}' \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha^i + 2y_0^i{}' \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} - 2y_0^i{}' \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + 2\Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha^{i\,2} +$$
$$+2\alpha^i{}' \Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} - 2\alpha^i{}' \Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + 2\Phi_2^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1} + 2\Phi_1^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}\alpha^i - 2\Phi_2^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i \Big]\Big\} =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1}\Big\{ \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_0^{0,i-1} y_0^{i\,2} + 2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A} y_{lk}^i + 2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} - 2y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_0^i \cdot y_{lk}^i + \Phi_2^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1} -$$
$$-2\Phi_2^{0,i-1}{}' \mathrm{A} y_{lk}^i - y_{lk}^i{}' \mathrm{A} y_{lk}^i +$$
$$+2\varepsilon\Big(y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_0^{1,i-1} y_0^i + y_0^i{}' \Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1} + y_0^i{}' \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} -$$
$$- y_0^i{}' \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + \Phi_2^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1} - \Phi_2^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i \Big) +$$
$$+\Big(\Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} y_0^i - \Phi_1^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + 2\Phi_1^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} + \qquad (9)$$
$$+\Big(\Phi_0^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1} y_0^i + \Phi_0^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} y_0^i + \Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} -$$
$$- \Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + \Phi_1^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1} \Big)\Big)\alpha^i +$$
$$+\Big(\Phi_1^{0,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} + \varepsilon\Phi_1^{1,i-1}{}' \mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} \Big)\alpha^{i\,2} \Big\}$$

Теперь берем производное по неизвестному постоянному вектору α^i из (9), где $I_\alpha^i{}'$ определяется в следующем виде:

$$I_\alpha^i{}' = \sum_{k=0}^{N-1}\Big(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} y_0^i - \Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + 2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} +$$
$$+\varepsilon\Big(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1} y_0^i + \Phi_0^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} y_0^i + \qquad (10)$$
$$+\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1} - \Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + \Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}\Big) +$$
$$+2\Big(\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} + \varepsilon\cdot\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\Big)\cdot\alpha^i \Big)$$

Приравниваем нулю первое производное $I_\alpha^i{}'$ и разыскиваем α^i в виде

$$\alpha^i \approx \alpha_0^i + \varepsilon\alpha_1^i + \dots \qquad (11)$$

Для определения α_0^i и α_1^i имеем следующие алгебраические уравнения:

$$\sum_{k=0}^{N-1}\Big(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1} y_0^i - \Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\cdot y_{lk}^i + 2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\cdot\Phi_2^{0,i-1} + 2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha_0^i \Big) = 0$$

$$\sum_{k=0}^{N-1}\Big\{\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1}y_0^i+\Phi_0^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}y_0^i+\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}-\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}y_{lk}^i+$$
$$\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}+2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha_0^i+2\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\alpha_1^i\Big\}=0 \qquad (12)$$

Решив уравнения (12) относительно α_0^i и α_1^i соответственно, имеем:

$$\alpha_0^i=-\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\Big\{\left(\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\right)^{-1}\cdot\left(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}y_0^i-\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}y_{lk}^i+2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}\right)\Big\} \qquad (13)$$

$$\alpha_1^i=-\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\Big\{\left(\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\right)^{-1}\cdot\Big(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{1,i-1}y_0^i+\Phi_0^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}y_0^i+\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}-$$
$$-\Phi_1^{1,i-1}\mathrm{A}y_{lk}^i+\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{1,i-1}-\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\cdot\sum_{k=0}^{N-1}\left(\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}\right)^{-1}\times \qquad (14)$$
$$\times\left(\Phi_0^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_1^{0,i-1}y_0^i-\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}y_{lk}^i+2\Phi_1^{0,i-1}\mathrm{A}\Phi_2^{0,i-1}\right)\Big)\Big\}$$

Таким образом для вычисления α в первом приближении по ε получим:
$\alpha^i\approx\alpha_0^i+\varepsilon\alpha_1^i$.

Резюмируя вышеприведенное можно привести следующий вычислительный алгоритм для решения задачи идентификации (1), (2), (8)

Алгоритм 1.

1. Составляются нелинейная функция $f\left(y(x),\alpha,\varepsilon\right)$ из (1), начальные $y_k(0)$ и конечные $y_k(l)$, данные весовые матрицы A_i, начальные приближения $y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}$ и малое число α^i.
2. Вычисляются $f_y(y_0,\alpha_0,0)$, $f_\alpha(y_0,\alpha_0,0)$, $f_y^{'}(y_0,\alpha_0,0)$, $f_\alpha^{'}(y_0,\alpha_0,0)$, $f_{y\varepsilon}^{''}(y_0,\alpha_0,0)$, $f_{\alpha\varepsilon}^{''}(y_0,\alpha_0,0)$,.
3. Формируются $A_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$, $A_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$, $B_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$, $B_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$, $C_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$, $C_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)$ из (3).
4. Вычисляются фундаментальные матрицы $\Phi_0^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_0^{1,i-1}(t,0)$ при начальным $\Phi_0^{0,i-1}(0,0)=\mathrm{E}$, $\Phi_0^{1,i-1}(0,0)=0$ из (6)
5. При помощи фундаментальных матриц вычисляется интегралы $\Phi_1^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_1^{1,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{1,i-1}(t,0)$
6. Вычисляются α_0^i и α_1^i из (11)
7. $\left\|y^i(x)-y^{i-1}(x)\right\|<\left\|y^{i-1}(x)-y^{i-2}(x)\right\|$ принимаем $y^0(x)$ как начальную итерацию, если она удовлетворяется, переходим к шагу 2, иначе процесс останавливается.

4. Обычный алгоритм Эйлера для решения (1) и приближенные формулы для $\Phi_0^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_0^{1,i-1}(t,0)$, $\Phi_1^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_1^{1,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{1,i-1}(t,0)$.

Отметим, что при вычислении α^i по алгоритму 1 одним из основных трудностей является процедура нахождения $\Phi_0^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_0^{1,i-1}(t,0)$ и $\Phi_1^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_1^{1,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{0,i-1}(t,0)$, $\Phi_2^{1,i-1}(t,0)$. Однако при помощи приближенных методов можно их восстановить.

Сейчас дискретизируя по шагу Δ уравнение (3) по первому методу Эйлера [4,6], получим:

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= \left(\mathrm{E}+\Delta\left(\mathrm{A}_0\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)+\varepsilon \mathrm{A}_1\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)\right)\right)y_k^i + \\ &+\Delta\left(B_0\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)+\varepsilon B_1\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)\right)\alpha_k^i+\Delta\left(C_0\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)+\varepsilon C_1\left(y^{i-1},\alpha^{i-1}\right)\right) \end{aligned} \tag{15}$$

Сейчас можно выразить y_l через начальное условие y_0. Сначала эти выражения приведем для y_1, y_2

$$y_1 = \left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)+\Delta \mathrm{A}\varepsilon\right)y_0+\left(\mathrm{B}_0+\varepsilon \mathrm{B}_1\right)\alpha^i+\left(C_0+\varepsilon C_1\right)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^2+2\varepsilon\Delta\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)\mathrm{A}_1\right)y_0+ \\ &+\left[\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)\mathrm{B}_0+\mathrm{B}_0+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)\mathrm{B}_1+\mathrm{B}_1+\Delta \mathrm{A}_1\mathrm{B}_0\right)\right]\alpha^i+ \\ &+\left[\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)\right]C_0+C_0+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)+2\varepsilon\Delta\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)C_1+C_1+\Delta \mathrm{A}_1 C_0\right)\right] \end{aligned}$$

Пусть для y_{l-1} верны соотношения

$$\begin{aligned} y_{l-1} &= \left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}+N\Delta\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}\varepsilon\right)y_0+ \\ &+\left[\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}\mathrm{B}_0+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}\mathrm{B}_1+\right.\right.\right. \\ &+\mathrm{N}\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}\Delta \mathrm{A}_1\mathrm{B}_0\Big]\alpha^i+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}C+\right. \\ &+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}C_1+N\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-2}\Delta \mathrm{A}_1 C_0\right) \end{aligned}$$

.

По математической индукции легко докажем, что

$$\begin{aligned} y_l &= \left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N}+N\Delta\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}\varepsilon\right)y_0+ \\ &+\left[\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}\mathrm{B}_0+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}\mathrm{B}_1+\right.\right.\right. \\ &+\mathrm{N}\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}\Delta \mathrm{A}_1\mathrm{B}_0\Big]\alpha^i+\varepsilon\left(\left(\mathrm{E}+\Delta \mathrm{A}_0\right)^{N-1}C+\right. \end{aligned}$$

$$+\varepsilon\Big(\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}C_1+N\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}\Delta\mathrm{A}_1 C_0\Big) \qquad (16)$$

Сейчас из (16) определим приближенные формулы для $\Phi_i^j\left(0,l\right)$.

Отметим, что нахождение α_0^i и α_1^i из (14) составляет трудность из- за вычисления фундаментальных матриц $\Phi_0^n\left(t,0\right)$, $\Phi_1^n\left(t,0\right)$, $\Phi_2^n\left(t,0\right)$ $\left(n=0,1\right)$ из систем линейных дифференциальных уравнений (5). Поэтому в следующем пункте с помощью обычного метода Эйлера дискретизируем уравнение (5) и приближенно восстановим фундаментальные матрицы $\Phi_i^n\left(t,0\right)$, $\left(n=0,1\right)$ $\left(i=0,1,2\right)$ в первом приближении.

Как видно из (13)-(14) для восстановления α_0^i и α_1^i надо учесть высшие $\Phi_i^j\left(0,l\right)$. Соотношение (16) позволяет их найти. Поэтому сравнивая (16) с (5) имеем:

$$\Phi_0^{0,i-1}=\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^N$$
$$\Phi_0^{1,i-1}=N\Delta\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}$$
$$\Phi_1^{0,i-1}=\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}\mathrm{B}_0$$

(17)

$$\Phi_1^{1,i-1}=\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}\mathrm{B}_1+\mathrm{N}\cdot\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}\Delta\mathrm{A}_1\mathrm{B}_0$$
$$\Phi_2^{0,i-1}=\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}C_0$$
$$\Phi_2^{1,i-1}=\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}C_1+\mathrm{N}\cdot\left(\mathrm{E}+\Delta\mathrm{A}_0\right)^{N-1}\Delta\mathrm{A}_1 C_0.$$

Таким образом, более проще вычислить α_0^i и α_1^i из (13), (14) с помощью приближенных формул.

Отметим, что с помощью (17) легко можем найти для α_0^{i-1}, α_1^{i-1} из (13) и (14) следующие выражения в явном виде

$$\alpha_0^i=-\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\Big\{\Big(B_0'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}A\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot B_0\Big)^{-1}\cdot\Big(y_0^{i'}\left(E+\Delta A_0'\right)^N A\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}B_0-$$
$$-B_0'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot y_{lk}+y_0^{i'}\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^N\cdot A\cdot\Big(\left(E+\Delta A_0\right)^{N-1}B_1+N\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\Delta A_1 B_0\Big)\Big)\Big\}, \qquad (18)$$

$$\alpha_1^i=-\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}\Big\{\Big(B_0'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot B_0\Big)^{-1}\times$$
$$\times\Big(y_0^{i'}\cdot B_0'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot B_0+$$
$$+B_1'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}+B_0'A_1'\Delta N\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}C_0-B_1'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}+$$
$$+B_0'A_1'\Delta N\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot y_{lk}+B_0'\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\cdot A\cdot\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}C_1+N\left(E+\Delta A_0'\right)^{N-1}\times$$

$$\times \Delta A_1 C_0 + \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} B_1 + N \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \cdot A_1 B_0 \cdot A \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} B_0 \Big) \times \qquad (19)$$
$$\times \left(B_0^{'}\left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \cdot A \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \cdot B_0\right)^{-1} \cdot \Big(y_0^{i'}\left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N} \cdot A \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \cdot B_0 -$$
$$- B_0^{'}\left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \cdot A \cdot y_{lk} + y_0^{i'} \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N} \cdot A \cdot \Big(\left(E + \Delta A_0\right)^{N-1} B_1 + N \cdot \left(E + \Delta A_0^{'}\right)^{N-1} \Delta A_1 B_0 \Big)\Big)\Big\}.$$

Отметим, что для получения более точных значений надо вести дискретизацию по методу Рунге Кутте и др. Таким образом, подытожив вышеприведённое можем предложить следующий вычислительный алгоритм для нахождения совпадения $\alpha^i \approx \alpha_0^i + \varepsilon\alpha_1^i$.

Алгоритм 2.

1. Даны функция $f(y,x,\alpha)$ и статистические данные y_0^i , y_e^i из (2) и (3) $(i = 0,1,...,N)$
2. Вычисляются производные f_y, f_α из (4)
3. Вычисляются $A_0, A_1, B_0, B_1, C_0, C_1$ из (4).
4. Вычисляются $\Phi_0^{0,i-1}, \Phi_0^{1,i-1}, \Phi_1^{0,i-1}, \Phi_1^{1,i-1}, \Phi_2^{0,i-1}, \Phi_2^{1,i-1}$ из (7) (или(17)).
5. α_0^i и α_1^i вычисляются по формулам (13) и (14), соответственно (или (18), (19)).
6. Вычисляются $\alpha^i \approx \alpha_0^i + \varepsilon\alpha_1^i$
7. Проверяется условие
   $I_i > I_{i+1}$

Если оно не удовлетворяется, переходим к пункту 2. Иначе вычислительный процесс останавливается.

Отметим, что формулы (18) и (19) позволяют приближенно найти α. Рассмотрим следующий пример.

5. Пример

Рассмотрим газлифтный процесс для добычи нефти, где уравнение движения описывается следующим нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением [1,5,10,11]

$$\dot{Q} = \frac{2a(\lambda_c)\rho F Q^2}{\varepsilon^2 c^2 \rho^2 F^2 - Q^2}, \; Q(0) = u, \qquad (20),$$

здесь $c >> \omega_c$, кроме $Q = \rho\omega_c F$ все величины считаются постоянными, F - площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб, которая является постоянной относительно осей.

Здесь предполагается, что переход от конца кольцевой трубы через пласт к началу подъемника (*x*= *l*) выполняется по следующему разностному уравнению:

$$Q(l+0)=\gamma Q(l-0)+\gamma_1(Q(l-0))\overline{Q}, \qquad (21)$$

$$\gamma_1(Q(l-0))=-\delta_3(Q(l-0)-\delta_2)^2+\delta_1,$$

где γ, δ_1, δ_2, δ_3 постоянные действительные числа, подлежащие определению. Для простоты предположим, что параметры γ, δ_1, δ_2, δ_3 известны и требуется восстановить коэффициент гидравлического сопротивления λ_c, входящий в (20) через $\alpha(\lambda_c)$.

Далее выбираются некоторая номинальная траектория $Q^0(x)$ и параметр α^0, предполагая что $k-$я итерация уже выполнена. Линеаризуя около этих данных уравнение (20) имеем

$$\dot{Q}^k(x)=A\left(Q^{k-1},\alpha^{k-1}\right)\cdot Q^k(x)+B\left(Q^{k-1},\alpha^{k-1}\right)\alpha^k+C\left(Q^{k-1},\alpha^{k-1}\right), \qquad (22)$$

где

$$A_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=0,\ A_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=4a^{i-1}c^2\rho^3F^3Q^{i-1},$$

$$B_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=-2\rho F,\ B_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=2\rho^3F^3c^2,$$

$$C_0\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=2\rho Fa^{i-1},\ C_1\left(y^{i-1}(x),\alpha^{i-1}\right)=2a^{i-1}c^2\rho^3F^3\left(2\left(Q^{i-1}\right)^2+1\right).$$

Отметим, что с помощью соотношений (17), (18) матрицы Φ^{k-1} $\Phi_1^{k-1}(x,0)$, $\Phi_2^{k-1}(x,0)$ вычисляются в следующем виде

$$\Phi_1^{k-1}(x,0)=\left(\sum_{j=N+2}^{2N-1}\left(\prod_{1=2N-1}^{j}\left(E+A\left(Q^{k-1}(x_{i_1}),\alpha^{k-1}\right)\right)h\right)B\left(Q^{k-1}(x_{j-1}),\alpha^{k-1}\right)h\right)+B\left(Q^{k-1}(x_{2N-1}),\alpha^{k-1}\right)h,$$

$$\Phi_2^{k-1}(x,0)=\left(\sum_{j=N+2}^{2N-1}\left(\prod_{1=2N-1}^{j}\left(E+A\left(Q^{k-1}(x_{i_1}),\alpha^{k-1}\right)\right)h\right)C\left(Q^{k-1}(x_{j-1}),\alpha^{k-1}\right)h\right)+C\left(Q^{k-1}(x_{2N-1}),\alpha^{k-1}\right)h,$$

где *h* достаточно малое число, являющееся шагом интегрирования.

Пусть заданы статистические данные из промысла, которые являются результатами измерений дебита $\tilde{Q}_{2n}^i$ при выходе с заданным начальным объемом газа $\tilde{Q}_0^i$, т.е. $\tilde{Q}_0^i$, $\tilde{Q}_{2n}^i$, $i=\overline{1,5}$ известны.

y_i^{l+0}	5.5698	5.5732	5.5761	5.5810	5.5848	5.5852	5.5824
y_i^{2l}	4.4242	4.4248	4.4254	4.4262	4.4266	4.4263	4.4251

Тогда функционал из (8) будет иметь следующий вид:

$$I = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{5}\left|Q_0^i - Q_l^i\right|^2.$$

Здесь Q_l^i является решением уравнения (3) для начальных условий Q_0^i. Пусть параметры уравнения (20) имеют вид:

при $0 \le x < l - 0 : l = 1485\,\text{m},\ c = 331\,\text{m/c}\ ,\ \rho = \dfrac{0{,}717\,кг}{\text{m}^3}$,

$d = \sqrt{114^2 - 73^2}\cdot 10^{-3}\,\text{m}$, λ =0,01;

при $l + 0 < x \le 2l : c = 850\,\text{m/c}$,, $d = 0{,}073\,\text{m}$, λ =0,23. (23)

Теперь переходим к выполнению вышеприведенного алгоритма.

Начальное значение КГС λ_c^0 примем равным 1. Принимая $y^0(t) = 1$ и повторяя процедуру 1-5 из алгоритма 2 определяем значение λ_c^1, $y^1(t)$. После 44 итераций был получен следующий результат:

$\lambda_c \approx 0.29834$,

который совпадает с λ из (22) с точностью до 10^{-2} .

Отметим, что такой подход может быть удовлетворительным для нахождения начальных итераций обычного градиентного метода, для нахождения КГС [3], линеаризации [11] и др.

Литература

1. AlievF.A., IsmailovN.A. Optimization problems with a periodic boundary-value condition and boundary control for gas-lifting wells, Neliniini Kolyvannya (Nonlinear Oscillations), Vol.17, No.2, 2014, pp.558-574. Translated in: Journal of Mathematical Sciences, Volume 208, Issue 5, 2015, pp. 467-476.
2. Aliev F.A., Abbasov A.N., Mutallimov M.M., Algoritm for the solution of the problem optimization of the energy expenses at the explutation of chinks by subsurfase-pump installations, Appl. Comput. Math., An International Journal,Vol.3, No.1, 2004, c.2-9.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Inverse problem to determine the hydraulic resistance coefficient in the gas lift process, Appl.Comput. Math., Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313.
4. Aliev F.A., Ismailov N.A., Mukhtarova N.S., Algorithm to Determine the Optimal Solution of a Boundary Control Problem, Automation and Remote Control, 2015, Vol. 76, No. 4, pp.627–633.
5. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A. Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and Ill-posed Problems. Vol.23, No.5, 2015,pp. 511–518.

6. Aliev F.A., Ismailov N.A., Temirbekova N.L., Extermal solution of the problem of the choice of optimum modes for gaz-lift process, Appl.Comput. Math., Vol.11, No.3, pp.348-357.
7. Apostolyuk A.S., Larin V.B., Updating of linear stationary dynamic system parameters. Appl. Comput. Math., Vol.10, No.3, 2011, pp.402-408.
8. Baigereyev D., Ismailov N.A., Gasimov Y.S., Namazov A.A.,On an Identification Problem on the Determination of the Parameters of the Dynamic System,Mathematical Problems in Engineering,Vol.2015, 2015, Article ID 570475, 8 pages
9. Bellman, P.E., Kalaba P.E., Quailinearization and nonlinear boundary problems, Moscow: Mir, 1968, 153p.
10. Jian L.U., The Least Square Method And Its Application, Science and Technology of West China, 2007.
11. АлиевФ.А., Методы решений прикладных задач оптимизации динамических систем, Ваку, Елм, 1989, 327с.
12. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае, Доклады НАН Азербайджана, т.46, No.6, 2010, с.6-14.
13. АлиевФ.А., ИсмаиловН.А., ГасымовЮ.С., НамазовА.А., Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем, ProceedingsofIAM, Vol.3,No.2, 2014, с.139-152.
14. Бахтизин Р. Н., Латыпов А. Р. Оценка порядка линейных объектов по экспериментальной информации. Автомат. и телемех., No. 3, 1992,с.108–112.
15. Мирзаджанзаде А.Х., Ахметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И. Технология и техника добычи нефти, М.: Недра, 1986.
16. Шуров В.И., Технология и техника добычи нефти, Москва, Недра, 1983, 510 с.

Qeyri xətti dinamik sistemlər üçün asimptotik üsulla identifikasiya məsələsinin həlli

Fikrət Ə. Əliyev, N.A. İsmayılov, A.A. Namazov, M.F. Rəcəbov

XÜLASƏ

Obyektin hərəkətini təsvir edən qeyri xətti adi törəməli diferensial tənliklərə faza koordinatlarından başqa naməlum sabit vektor və kiçik parametr daxil olan dinamik sistemlər araşdırılır. Müəyyən zaman intervalında giriş və çıxışa nəzərən müşahidələr əsasında ən kiçik kvadratlar üsulu əsasında qurulmuş funksionalın minimumu tapılır. Alınan nəticələrin real mədən nəticələrilə 10^{-1} dəqiqliyi ilə üst-üstə düşdüyü təstiqlənir.

Açar sözlər: hidravlik müqavimət əmsalı, ən kiçik kvadratlar üsulu, kvazixəttiləşdirmə ,dinamik sistemlər, asimptotik üsul.

Asymptotic method of solution of identification problem for the nonlinear dynamic systems

Fikrat A. Aliev, N.A. Ismailov, A.A. Namazov, M.F. Rajabov

ABSTRACT

The dynamic system, when the motion of the object is described by the system of nonlinear ordinary differential equations, to the right part of which except the phase coordinates enter an unknown constant vector-parameter and a small number is considered. The statistical data are also known from practice: the initial and final values of the object coordinate. Using the method of quazilinearization the given equation is reducing to the system of linear differential equations, where the coefficients of the coordinate and unknown parameter, also of the perturbations depend on a small parameter linearly. Further, by using the least-squares method the sought after unknown constant vector-parameter is searched as a power series on a small parameter and for the coefficients of the zero and the first order the analytical formulas are given and on their basis an asymptotic presentation is offered . Here the fundamental matrices both in a zero and in the first approaching are constructed approximately, by means of the ordinary Euler method. On an example of determination of the coefficient of hydraulic resistance in a lift at the extraction of the oil by gas-lift method is illustrated, as the got results in the first approaching coincides with well-known results on 10^{-1} order.

Keywords: coefficient of hydraulic resistance, least-square method, quasilinearization, identification of dynamic systems, asymptotic method.